

Razonamiento Espacial con Relaciones Cardinales Basado en Problemas de Satisfacción de Restricciones y Lógicas Modales

Antonio Morales Nicolás
Computer Science Faculty, Universidad de Murcia, Spain
morales@um.es

Abstract: Este artículo es un resumen de la tesis doctoral que lleva el mismo nombre y cuyo objetivo es proponer mejoras en modelos existentes de razonamiento espacial cualitativo con relaciones cardinales, y proponer nuevos modelos y técnicas de razonamiento utilizando algunos resultados previos del razonamiento temporal cualitativo. Los modelos propuestos se basan en dos formalismos muy utilizados para razonamiento cualitativo: los problemas de satisfacción de restricciones y las lógicas modales.

Keywords: Razonamiento Espacial Cualitativo, Problemas de Satisfacción de Restricciones, Lógicas Modales.

1. Introducción

El Razonamiento Espacial Cualitativo juega un papel muy importante en Inteligencia Artificial y las Ciencias de la Computación debido sobre todo al interés que despierta en distintas áreas de aplicación como, por ejemplo, los robots móviles, los sistemas de información geográfica, las bases de datos espaciales o la composición de textos. Las técnicas cualitativas de razonamiento y representación espacial ofrecen una forma de interacción con los datos espaciales más intuitiva y cercana a la forma de pensar de las personas que las técnicas puramente cuantitativas.

Son varios los aspectos a tener en cuenta a la hora de formalizar el razonamiento espacial desde el punto de vista cualitativo. Por un lado están los aspectos ontológicos, es decir, cuáles son las entidades espaciales básicas (puntos, regiones, líneas, etc.) y las posibles relaciones entre ellas (topológicas, direccionales, de distancia, etc.). Por otro lado tenemos que elegir un lenguaje formal adecuado que nos permita representar los problemas de razonamiento asociados a dichas entidades y relaciones. Por último tenemos que identificar mecanismos eficientes para resolver dichos problemas. La combinación de todos estos aspectos ha dado lugar a una amplia variedad de modelos posibles para razonamiento espacial cualitativo.

Esta tesis¹ supone una aportación más al campo del Razonamiento Espacial Cualitativo, ofreciendo mejoras en algunos modelos ya existentes y proporcionando otros nuevos. La tesis se centra en modelos que consideran un espacio bidimensional en el que las entidades espaciales de interés son regiones del plano o regiones aproximadas por rectángulos de lados paralelos a los ejes del plano. Las posibles relaciones entre las entidades son relaciones direccionales cardinales del tipo norte, sur, este, oeste, etc. Los modelos propuestos se basan en dos formalismos muy utilizados para razonamiento cualitativo: los Problemas de Satisfacción de Restricciones (CSP, del inglés Constraint Satisfaction Problem) y las Lógicas Modales. Además, en la tesis se investiga la conexión entre estos modelos espaciales y los modelos existentes para razonamiento temporal cualitativo.

La tesis se estructura en dos partes claramente diferenciadas. La primera parte está dedicada al razonamiento espacial con relaciones cardinales basado en restricciones: se estudia un modelo existente de relaciones cardinales

¹Texto íntegro disponible en <http://perseo.inf.um.es/~morales/Tesis.pdf>.

entre regiones y se proponen nuevos algoritmos para resolver diversos problemas de razonamiento. La segunda parte está dedicada al razonamiento espacial con lógicas modales: se propone una nueva lógica modal para el razonamiento espacial con direcciones cardinales entre rectángulos, se estudian sus propiedades, su expresividad y el problema de la validez de las fórmulas.

2. Razonamiento con Relaciones Cardinales Basado en CSPs

Los CSPs son un paradigma para el razonamiento automático en el que el conocimiento se representan mediante un conjunto de variables y un conjunto finito de restricciones entre las variables. Los CSPs para razonamiento cualitativo temporal y espacial se caracterizan por lo siguiente: i) las variables toman valores en dominios infinitos; ii) las restricciones entre las variables son binarias, es decir, se especifican entre cada par de variables; y iii) las relaciones se representan mediante símbolos. Para trabajar con este tipo de CSPs se suele utilizar un álgebra de relaciones binarias [5], que es un cálculo que nos permite operar de forma simbólica con un conjunto finito de relaciones.

El principal problema de razonamiento en un CSP es decidir si es consistente o no. Un CSP se dice que es consistente si podemos encontrar una asignación de valores a las variables de tal modo que se satisfacen todas las restricciones. Generalmente, este problema es intratable (NP-completo) en la mayoría de álgebras de relaciones binarias conocidas. Se suelen utilizar técnicas de backtracking combinadas con técnicas de consistencia local para resolverlo. Por lo tanto, una tarea muy importante en CSPs basados en estos álgebras es encontrar un subconjunto de relaciones para el cual el problema de la consistencia sea tratable.

2.1. El Modelo de Direcciones Cardinales

En el dominio espacial existe una gran variedad de modelos de razonamiento basados en álgebras de relaciones binarias. En esta tesis nos hemos interesado en aquellos que nos permiten expresar relaciones cardinales entre regiones del espacio. Probablemente, el modelo más expresivo para razonamiento espacial con relaciones cardinales entre regiones es el modelo de Direcciones Cardinales (Modelo DC) [4, 8]. En este modelo, por ejemplo, para expresar la relación cardinal entre la Península Ibérica y las Islas Baleares, se indican las zonas que ocupa la primera región con respecto al rectángulo mínimo (también llamado minimum bounding box) que contiene a la segunda (ver el ejemplo de la Figura 1-(a)).

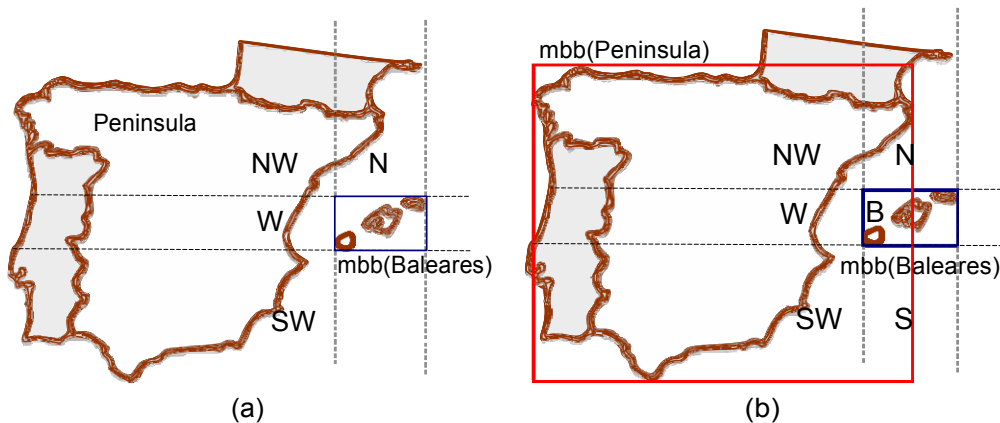


Figura 1: Ejemplos de relaciones cardinales en el modelo DC (a) y DCR (b). Según el modelo DC la relación cardinal entre la Península Ibérica y las Baleares es SW:W:NW:N, y según el modelo DCR es B:S:SW:W:NW:N.

2.2. Consistencia de Relaciones Básicas

Se sabe que el problema de la consistencia en el modelo DC es NP-completo y que la única subclase tratable conocida es la formada por el conjunto de relaciones cardinales básicas. Nuestro primer resultado en la tesis ha sido proponer el algoritmo DIS-BCSoI, una mejora del algoritmo propuesto en [8], que decide si un CSP formado por relaciones cardinales básicas es consistente o no. Nuestro algoritmo reduce la complejidad de $O(n^5)$ a $O(n^4)$ y además devuelve una solución de regiones para cada variable en el caso de que el CSP sea consistente.

2.3. El Modelo de Direcciones Cardinales Rectangulares

El siguiente resultado obtenido relacionado con el modelo DC ha sido formalizar el modelo de Direcciones Cardinales Rectangulares (modelo DCR) [7]. Se trata de un caso particular del modelo DC en el que las dos regiones involucradas en una relación se aproximan mediante rectángulos con lados paralelos a los ejes del plano (ver Figura 1-(b)). En este dominio sólo es posible establecer 36 relaciones cardinales básicas entre cada par de regiones. Aunque se trata de un modelo menos expresivo que el modelo DC demostramos que los problemas de razonamiento son más eficientes. Para estudiar las propiedades de este sub-modelo establecemos una conexión con otro modelo de relaciones espaciales entre rectángulos conocido como Álgebra de Rectángulos (AR) [1].

Comprobamos que cada relación del modelo DCR se puede traducir a una relación del AR y por lo tanto el problema de la consistencia en el primer modelo es equivalente al problema de la consistencia de su traducción al segundo. Identificamos un subconjunto de relaciones cardinales del modelo DCR, que llamamos subclase convexa, para la cual el problema de la consistencia, el de obtener una solución y el de obtener la red mínima es tratable. Proponemos varios algoritmos polinomiales para resolver dichos problemas en la subclase convexa: algunos de ellos se basan en traducir las relaciones cardinales convexas a relaciones convexas del Álgebra de Rectángulos, Álgebra de Intervalos y del Álgebra de Puntos respectivamente [1, 9]; adicionalmente proponemos una variación del algoritmo de camino-consistencia, que llamamos PC-débil, que decide la consistencia y obtiene la red mínima en orden cúbico.

Por último, demostramos que el problema de la consistencia es NP-completo si consideramos todas las relaciones disyuntivas posibles del modelo DCR. Para este caso, proponemos un algoritmo de backtracking eficiente que utiliza el algoritmo PC-débil y la subclase convexa para reducir el espacio de búsqueda.

3. Razonamiento con Relaciones Cardinales Basado en Lógicas Modales

En la segunda parte de la tesis se plantea el problema del razonamiento espacial con relaciones cardinales utilizando lógicas modales. Las lógicas modales son de interés en la Inteligencia Artificial porque pueden verse como un compromiso entre expresividad y complejidad con respecto a las lógicas proposicionales y las lógicas de primer orden. La sintaxis de una lógica modal es básicamente el mismo que el de la lógica proposicional pero ampliado por un conjunto de operadores modales. Las fórmulas se interpretan sobre modelos definidos por un conjunto de mundos posibles, un conjunto finito de relaciones binarias entre mundos (relaciones de accesibilidad) y una función de evaluación que asigna a cada mundo las variables proposicionales que son verdaderas².

Los principales problemas de razonamiento en una lógica modal son el de la satisfacibilidad y el de la validez. El primero consiste en decidir, dada una fórmula de la lógica, si existe un modelo y un mundo donde la fórmula es verdadera. El segundo es el problema dual y consiste en decidir si la fórmula es verdadera en todos los modelos y mundos.

3.1. La Lógica SpPNL

En esta tesis estamos interesados en lógicas modales espaciales, que son aquellas en las que los mundos son objetos espaciales y los operadores modales representan relaciones espaciales entre dichos objetos. Si analizamos el estado del arte en lógicas modales espaciales podemos concluir que se ha prestado mayor atención a las lógicas con relaciones topológicas, y el poco trabajo que existe sobre relaciones direccionales y cardinales utiliza los puntos como entidades de interés.

Nuestra propuesta en esta tesis ha sido formalizar una nueva lógica modal para razonar con relaciones cardinales entre rectángulos con lados paralelos a los ejes del plano. Para ello, nos hemos basado en una lógica modal temporal de intervalos conocida como Propositional Neighbourhood Logic (PNL) [3].

La versión espacial de PNL, a la que hemos llamado Spatial Propositional Neighbourhood Logic (SpPNL) [6], es una lógica cuya sintaxis es la que se muestra a continuación:

$$\varphi ::= p \mid \varphi \vee \varphi \mid \neg\varphi \mid (N)\varphi \mid (S)\varphi \mid (E)\varphi \mid (W)\varphi.$$

Las fórmulas de esta lógica se interpretan sobre rectángulos de lados paralelos a un marco espacial formado por el producto cartesiano de dos conjuntos totalmente ordenados cualesquiera. El lenguaje consta de cuatro operadores modales que hemos nombrado con las cuatro direcciones cardinales principales (Norte, Sur, Este y Oeste). Intuitivamente, con estos operadores modales podemos desplazarnos a rectángulos adyacentes al rectángulo actual compartiendo siempre uno de los lados.

²Esta forma de interpretar las lógicas modales recibe el nombre de semántica relacional o semántica de Kripke debido a su autor Saul Kripke.

Hemos estudiado en profundidad las propiedades de la lógica SpPNL. Hemos demostrado un teorema de representación para los marcos rectangulares de la lógica. Hemos visto que es suficientemente expresiva para poder definir el operador diferencia, el universal y el existencial y para poder simular nominales. También hemos demostrado que, a pesar de que sólo consta de cuatro operadores modales, podemos expresar, bajo ciertas condiciones, todas las relaciones posibles del Álgebra de Rectángulos.

Aunque el problema de la satisfacibilidad y la validez de la lógica PNL es decidible, no ocurre lo mismo en su versión espacial. Demostramos que el problema de la validez en SpPNL es indecidible (en concreto recursivamente enumerable completo). Esto quiere decir que podemos encontrar un algoritmo que reciba como entrada una fórmula de SpPNL y si esa fórmula es válida el algoritmo terminará y nos lo dirá, pero si no es válida el algoritmo puede que no termine nunca. De hecho, hemos propuesto un algoritmo correcto y completo para este problema que se basa en la construcción de un árbol semántico.

Por último, dado que el problema de la validez de SpPNL no es decidible, hemos identificado un fragmento para el que sí lo es. Nos hemos basado en una técnica de composición de lógicas modales llamada temporalización [2]. Esta técnica se utilizó originalmente para añadir una dimensión temporal a una lógica no temporal. Nosotros la hemos utilizado para componer la lógica PNL consigo misma y obtener una lógica espacial. El resultado de la temporalización de PNL es la lógica SpPNL_t que consta también de cuatro operadores modales cuya semántica es similar a la SpPNL, pero la forma de componer estos operadores está restringida por la sintaxis. Aunque se trata de una lógica menos expresiva, el problema de la validez es decidible manteniendo la misma complejidad que el de la lógica PNL (es NEXPTIME-completo).

Agradecimientos

El desarrollo de esta tesis doctoral se llevó a cabo en el Dep. de Ingeniería de la Información y las Comunicaciones de la Universidad de Murcia bajo la atenta dirección de los doctores Isabel Navarrete y Guido Sciavico.

Agradecer a las instituciones que han hecho posible la realización de este trabajo por la ayuda económica recibida. En concreto al Ministerio de Ciencia e Innovación (MICINN) y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER) por la concesión de los proyectos MEDICI (TIC2003-09400-C04-01) e IDEATIO (TIN2006-15460-C04-01), y también a la Fundación Séneca de la Región de Murcia por las ayudas para la asistencia a congresos.

Referencias

- [1] P. Balbiani, J.F. Condotta, and L.F. del Cerro. A model for reasoning about bidimensional temporal relations. In KR '98: Proceedings of the Sixth International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning, pages 124–130, 1998.
- [2] M. Finger and D. Gabbay. Adding a temporal dimension to a logic system. *Journal of Logic, Language and Information*, 1(3):203–233, 1992. doi: 10.1007/BF00156915.
- [3] V. Goranko, A. Montanari, and G. Sciavico. Propositional interval neighborhood temporal logics. *Journal of Universal Computer Science*, 9(9):1137–1167, 2003. doi: 10.3217/jucs-009-09-1137.
- [4] R. Goyal and M. Egenhofer. The direction-relation matrix: A representation of direction relations for extended spatial objects. In UCGIS '97: Proceedings of the 1997 UCGIS Annual Assembly and Summer Retreat, 1997.
- [5] G. Ligozat and J. Renz. What is a qualitative calculus? a general framework. In PRICAI 2004: Proceedings of the 8th Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence, volume 3157 of Lecture Notes in Computer Science, pages 53–64. Springer, 2004. doi: 10.1007/b99563.
- [6] A. Morales, I. Navarrete, and G. Sciavico. A new modal logic for reasoning about space: spatial propositional neighborhood logic. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 51(1):1–25, 2007. doi: 10.1007/s10472-007-9083-0.
- [7] I. Navarrete and G. Sciavico. Spatial reasoning with rectangular cardinal direction relations. In ECAI '06: Proceedings of the ECAI-06 Workshop on Spatial and Temporal Reasoning, pages 1–10, Riva del Garda (Italy), 2006.
- [8] S. Skiadopoulos and M. Koubarakis. On the consistency of cardinal directions constraints. *Artificial Intelligence*, 163(1):91–135, 2005. doi: 10.1016/j.artint.2004.10.010.
- [9] M. Vilain, H. Kautz, and P. van Beek. Constraint propagation algorithms for temporal reasoning: a revised report. In *Readings in qualitative reasoning about physical systems*, pages 373–381. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 1990.